

## Wstęp do nierówności kwadratowych

Żeby nauczyć się rozwiązywać nierówności kwadratowe, to warto wcześniej nauczyć się rozwiązywać równania kwadratowe i rysować wykresy funkcji kwadratowych.

### Czym różni się równanie kwadratowe od nierówności kwadratowej?

W równaniach kwadratowych występuje znak równości (=).

W nierównościach występuje jeden ze znaków nierówności (<, ≤, >, ≥).

$x^2 - 2x - 8 = 0$	$x^2 - 2x - 8 < 0$
↑	↑
równanie kwadratowe	nierówność kwadratowa

Równanie kwadratowe może mieć jedno, dwa, lub zero rozwiązań.

Rozwiązaniem nierówności kwadratowej jest zazwyczaj przedział liczbowy.

$x^2 - 2x - 8 = 0$	$x^2 - 2x - 8 < 0$
⋮	⋮
$x = 4 \vee x = -2$	$x \in (-2, 4)$
↙ ↘	↑
dwa rozwiązania równania kwadratowego	przedział liczbowy będący rozwiązaniem nierówności kwadratowej

### Metoda

Metodę rozwiązywania nierówności kwadratowej można zapisać w czterech krokach:

1. wszystkie wyrazy przenosimy na lewą stronę nierówności, tak aby po prawej zostało tylko 0,
2. lewą stronę nierówności traktujemy jako wzór funkcji kwadratowej,
3. wyznaczamy miejsca zerowe tej funkcji kwadratowej (o ile istnieją) i szkicujemy jej wykres,
4. odczytujemy z wykresu rozwiązanie nierówności.

Rozwiąż nierówność  $x^2 + 4x + 3 < 0$ .

Rozwiązanie:

Lewą stronę nierówności traktujemy jak funkcję kwadratową:

$$f(x) = x^2 + 4x + 3$$

Wyznaczamy miejsca zerowe tej funkcji. Najpierw liczymy deltę:

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$$

Czyli:

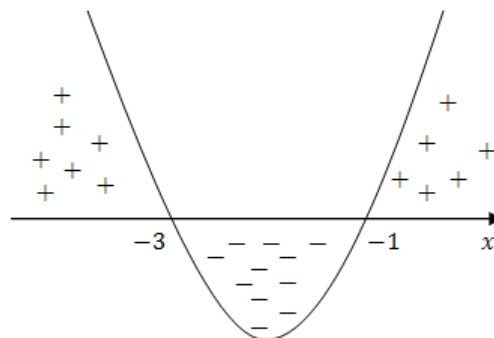
$$\sqrt{\Delta} = 2$$

Zatem miejsca zerowe, to:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 2}{2 \cdot 1} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 2}{2 \cdot 1} = -1$$

Teraz szkicujemy wykres paraboli:



Ramiona paraboli będą skierowane do góry, ponieważ współczynnik liczbowy przy  $x^2$  jest dodatni.

Z rysunku odczytujemy, że parabola przyjmuje wartości mniejsze od zera dla:

$$x \in (-3, -1)$$

Rozwiąż nierówność  $x^2 + 11x + 30 \leq 0$ .

Rozwiąż nierówność  $-2x^2 + 0,5x \geq 0$ .